

## Utilização do método F-CBR para o cálculo do coeficiente de reação vertical do solo

Fábio Albino de Souza

Engenheiro Civil, Unicamp, Campinas-SP, Brasil, eng.fabio.35@gmail.com

**RESUMO:** Sobre a análise de interação solo-fundação os principais modelos que representam o solo são o modelo e hipóteses de Winkler e modelos por meios contínuos. Muitos modelos foram propostos para a determinação do coeficiente de reação vertical do solo ( $k$ ), porém internamente nas abordagens existem fatores efetivos que influenciam na determinação desse coeficiente: elasticidade do solo, rigidez da fundação, entre outros. O F-CBR é um método para a determinação do coeficiente de reação vertical do solo ( $k$ ) baseado no ensaio de CBR (California Bearing Ratio), que leva em consideração a condição de umidade de campo ou ótima do solo bem como na condição saturada. O método possui suas particularidades sendo basicamente válido para argilas e alguns siltes e têm como vantagem ser um método de aplicação direta. Usa-se uma adaptação do critério chamado RIS – Relação entre Índices de Suporte para caracterizar a redução do valor de suporte dos solos, pela imersão em água. O método fornece uma nuvem de dados dos valores de coeficiente de reação vertical do solo ( $k$ ) devido às incertezas e correlações admitidas, assim o método F-CBR não afirma um único número absoluto como outros métodos e sim vários valores que o projetista pode trabalhar para calibrar o seu modelo.

**PALAVRAS-CHAVE:** Coeficiente de reação vertical do solo, F-CBR, Hipótese de Winkler, Meios Contínuos.

**ABSTRACT:** On the analysis of soil-foundation interaction the main models that represent the soil are Winkler's model and models by soil continuous. Many models have been proposed for determining the modulus of subgrade reaction ( $k$ ), but internally in the approaches there are effective factors that influence the determination of this coefficient: soil elastic model, stiffness of the foundation, among others. The F-CBR is a method for the determination of the modulus of subgrade reaction ( $k$ ) based on the CBR (California Bearing Ratio) test, which takes into account the soil moisture or optimum soil condition as well as the saturated condition. The method has its particularities being basically valid for clays and some silts and have the advantage of being a direct application method. An adaptation of the criteria called RIS - Relation between Support Indices is used to characterize the reduction of the support value of the soils, by the immersion in water. The method provides a cloud of data of the modulus subgrade reaction ( $k$ ) values due to the uncertainties and correlations allowed, so the F-CBR method does not assert a single absolute number as other methods but several values that the designer/engineer can work to calibrate your model.

**KEYWORDS:** Modulus of Sugrade Reaction, F-CBR, Winkler's model, Soil Continuous model.

### 1 Introdução

Segundo GEO (2006) entender as condições em que o solo está submetido tornou-se um pré-requisito para o sucesso do projeto de fundações. Alguns métodos de investigação podem ser feitos baseados em estudos geológicos regionais e testes geofísicos onde esse último seria justificado pela escala e importância do projeto, ou a complexidade das condições do solo. As informações obtidas a partir da investigação permitem construir o modelo geológico apropriado, fato importante para que o engenheiro de fundações possa desenvolver o projeto e posteriormente realizar a integração com os outros engenheiros da equipe de projetos. De acordo JANBAZ e ZIAIE-MOAYED (2009) o solo tem um comportamento complexo por se tratar de um elemento não linear, anisotrópico e de natureza heterogênea, portanto torna-se primordial realizar uma análise de interação solo-fundação e até mesmo solo-fundação-estrutura quando os modelos são estendidos considerando a superestrutura. Assim o engenheiro avalia a necessidade de utilizar modelos de

cálculo que representam o comportamento do conjunto a fim de obter respostas que sejam equivalentes à realidade. Sobre a análise de interação solo-fundação o trabalho de VELLOSO e LOPES (2011) menciona com primor os principais modelos que representam o solo que são: Modelos e hipóteses de Winkler e Modelos por meios contínuos.

## 2 Modelos e hipóteses de Winkler x Modelos por métodos contínuos

Historicamente inúmeros pesquisadores procuraram contribuir para que modelo de Winkler fosse utilizado e melhorado. A aplicação da teoria de reação vertical do solo para o cálculo dos momentos fletores em radiers flexíveis conduziu para uma equação diferencial de quarto grau e a solução da equação não se tornou prática. Assim algumas bibliografias que tratavam o problema da reação vertical do solo foram escritas por pesquisadores que demonstravam a solução da equação diferencial levando em conta que os valores do coeficiente de reação vertical do solo ( $k_s$ ) como conhecidos. FILONENKO-BORODICH (1940) apresentou um modelo de membrana elástica submetido a uma constante tensão nas extremidades superiores das molas, no intuito de alcançar uma interação entre os elementos e a mola. Outro modelo apresentado foi o de PASTERNAK (1954) que assume a existência do cisalhamento entre os elementos de mola, na qual pode ser conseguido ligando as extremidades das molas em uma camada na qual se deformam somente pelo cisalhamento transversal. A figura 1 evidencia o desenvolvimento dos modelos levando em conta as hipóteses de Winkler. Porém alguns pesquisadores foram na contramão, como o caso de HETÉNYI (1946) na qual em seu livro de vigas sobre base elástica não mencionou os fatores nas quais podem ser determinados os valores do coeficiente de reação vertical do solo embora criou uma interação entre as molas na fundação através da incorporação de uma chapa adicional com rigidez a flexão.

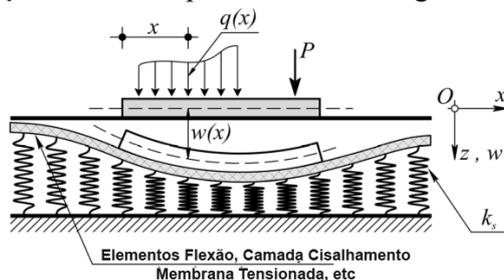


Figura 1 – Desenvolvimento de modelos baseados nas hipóteses de Winkler. Adaptado de TEODORU (2009)

Segundo TEODORU e MUSAT (2010) bem como DINEV (2012) outra abordagem foi desenvolvida para melhorar os modelos de fundação e estes foram iniciados com três conjuntos complexos de equações diferenciais (compatibilidade, constitutiva, equilíbrio) na qual regem o comportamento do solo como um meio contínuo semi-infinito. Então se introduz hipóteses simplificadas que dizem respeito aos deslocamentos ou / e tensões a fim de tornar as equações restantes bastante fáceis de resolver e estes são referenciados como modelos de meios contínuos simplificados. Um dos pioneiros na aplicação de modelos de meios contínuos foi REISSNER (1958), porém VLASOV e LEONTIEV (1966) usaram uma nova abordagem matemática utilizando o princípio do trabalho virtual formulando seus problemas pelo método variacional, que também considerou as interações de cisalhamento na formulação dentro de um solo contínuo onde a fundação foi tratada como uma camada elástica. A figura 2 mostra o modelo de Vlasov. No modelo de Vlasov o solo que está abaixo da fundação é considerado como sendo elástico, isotrópico e homogêneo contínuo com espessura constante ( $H$ ) com propriedades ( $E_s$ ) e ( $\nu$ ), que são respectivamente o módulo de elasticidade do solo e o coeficiente de Poisson do solo. A espessura do subsolo ( $H$ ) pode ser vista como uma profundidade da superfície do subleito até uma camada rígida, ou como uma profundidade em que as deformações devidas ao carregamento da viga ou radier não são significativas. A figura 3 evidencia uma viga ou radier respousando sobre o modelo de Vlasov. No entanto o modelo depende fortemente da forma assumida da deformação vertical do perfil, assim dependendo dos valores dessa propriedade o modelo de Vlasov pode ser reduzido a um modelo idêntico ao apresentado por Reissner como observado em JONES e XENOPHONTOS (1977). Alguns anos depois VALLABHAN e DAS (1988) determinaram de maneira clara

os valores da deformação vertical do perfil como uma função das características do radier (ou viga) e do solo da fundação utilizando processos iterativos. Então chamou-se essa nova contribuição como Modelo de Fundação de Vlasov Modificado (VALLABHAN e DAS, 1991).

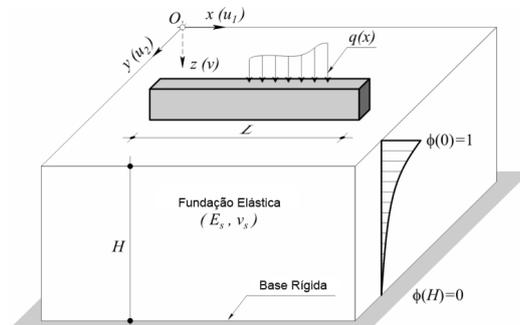


Figura 2 – Modelo de Fundação de Vlasov. Adaptado de TEODORU e MUSAT (2010)

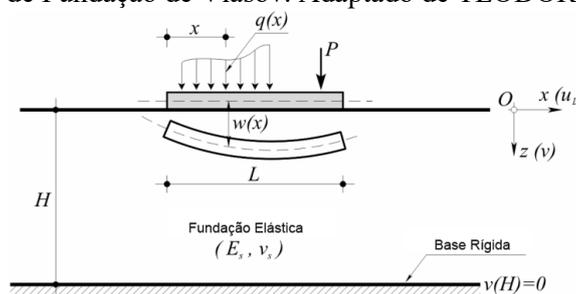


Figura 3 – Viga ou Radier repousando no Modelo de Fundação de Vlasov. Adaptado de TEODORU e MUSAT (2010)

### 3 Determinação do coeficiente de reação vertical do solo

Como observamos, muitos modelos foram propostos para a determinação do coeficiente de reação vertical do solo ( $k$ ), porém internamente nas abordagens existem fatores efetivos que influenciam na determinação desse coeficiente como, por exemplo: geometria e dimensões da fundação, considerações simplificadas a respeito da homogeneidade e elasticidade do solo, rigidez da fundação, entre outros. Por outro lado o valor do coeficiente de reação vertical pode ser obtido de maneira simplificada e direta através de ensaios de campo, correlações, valores propostos por normas internacionais e também através de aproximações sugeridas por pesquisadores.

#### 3.1 Valores propostos por normativas

A TM 5-809-1:1987 possui um capítulo que destaca a importância das condições do solo, como por exemplo umidade, risco de congelamento do solo, uniformidade e tensão admissível do solo. Também enfatiza sobre condições que poderiam influenciar e alterar de maneira significativa as propriedades do solo, como por exemplo, nível do lençol freático, infiltração, chuvas e condições de drenagem. Assim a referida normativa estabelece valores típicos para diversos tipos de solos com um grande diferencial que se refere à umidade, ou seja, os valores são listados de acordo com o seu teor de umidade. A tabela 1 abaixo relaciona os valores lembrando que os mesmos foram baseados em ensaios de referência utilizando placas de acordo com a normativa MIL-STD-621A (1964).

Tabela 1 – Valores do coeficiente de reação vertical do solo (k) – Adaptado TM5-809-1 (1987)

Tipos de Materiais	Coeficiente de Reação Vertical do Solo (lbs/in <sup>3</sup> ) de acordo com o teor de umidade					
	5 - 8%	9 - 12%	13 - 16 %	17 - 20%	21 - 24%	25 – 28%
Siltes e Argilas com Limite de Liquidez maior que 50 (OH, CH, MH)	175	150	125	100	75	50

### 3.2 Correlações com CBR – California Bearing Ratio

O Ensaio de CBR (California Bearing Ratio) ou no Brasil conhecido como ISC (Índice de Suporte Califórnia) tornou-se conhecido no mundo todo pela sua facilidade e também por representar um parâmetro de projeto na análise de pavimentos e estradas, no entanto nada impede o seu uso para radiers desde que usado corretamente. A ABNT NBR 9895 (1987) tem por objetivo determinar o valor de ISC do solo como também o da expansão em laboratório, utilizando amostras deformadas. A ACI 360R-10: 2010 faz uma recomendação na correlação entre o CBR e o coeficiente de reação vertical do solo (k) de maneira gráfica, e importante ressaltar que no mesmo gráfico dessa correlação torna-se possível encontrar a capacidade de suporte ou tensão admissível para um determinado CBR. Os valores encontrados na ACI 360R-10:2010 tiveram como base uma placa de 760 mm de diâmetro, no entanto o grande potencial desse ensaio vem da facilidade de fazer o CBR em diversas condições, como por exemplo, saturado ou na condição úmido. Com isso torna-se possível relacionar qual a influência dessas condições no valor do CBR, o que deixa esse modelo de ensaio a frente de alguns outros. A figura 4 evidencia graficamente a de correlação entre o CBR e o coeficiente de reação vertical do solo (k) proposto pela ACI 360R-10:2010.

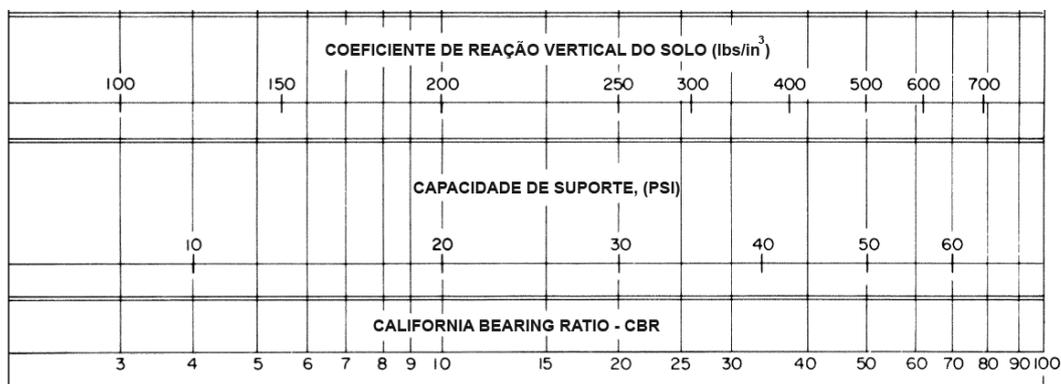


Figura 4 – Correlação entre o CBR e o coeficiente de reação vertical do solo (k) - Adaptado ACI 360R-10 (2010).

ARCARO (2008) fez um trabalho importantíssimo em compilar dados de CBR com diversos tipos de solos baseados na ASTM D 2487 (1998) e sugerir o valor do coeficiente de reação vertical do solo (k) através de equações. A equação 1 faz menção as unidades em unidades em kgf/cm<sup>3</sup>, onde vale ressaltar que os valores obtidos ficam próximos aos valores sugeridos pela ACI 360R-10 (2010).

$$k = 0.06906(\ln CBR)^3 + 2.485(\ln CBR) - 0.9705 \quad (\text{Equação 1})$$

Onde :

(ln CBR) = Logarítmo Neperiano

k = coeficiente de reação vertical do solo em kgf/cm<sup>3</sup>

PUTRI et. al.,(2012) fez um trabalho muito interessante de modelagem pelo método dos elementos finitos através de um ensaio de CBR e consequentemente correlacionou esses valores em uma equação para calcular o coeficiente de reação vertical do solo (k) levando em conta os dados para areia argilosa. A figura 5 mostra o modelo utilizado em elementos finitos e a equação 2 os valores propostos. Também foram testadas outras correlações alterando o coeficiente de Poisson do solo, fator que afeta diretamente a primeira parte da equação 14.

$$k = 1.13 * \frac{751 * CBR}{1 - \nu^2} * \frac{1}{\sqrt{A}} \quad (\text{Equação 2})$$

Onde :

CBR = Valor de CBR encontrado para a amostra

$\nu$  = Coeficiente de Poisson do solo

A= Área do pistão do CBR em m<sup>2</sup>

k = Coeficiente de reação vertical do solo em kN/m<sup>3</sup>

Vale lembrar que a equação 5 foi baseada através da teoria da elasticidade levando em conta a solução para uma placa rígida em solo elástico semi-infinito sujeito a uma carga concentrada.

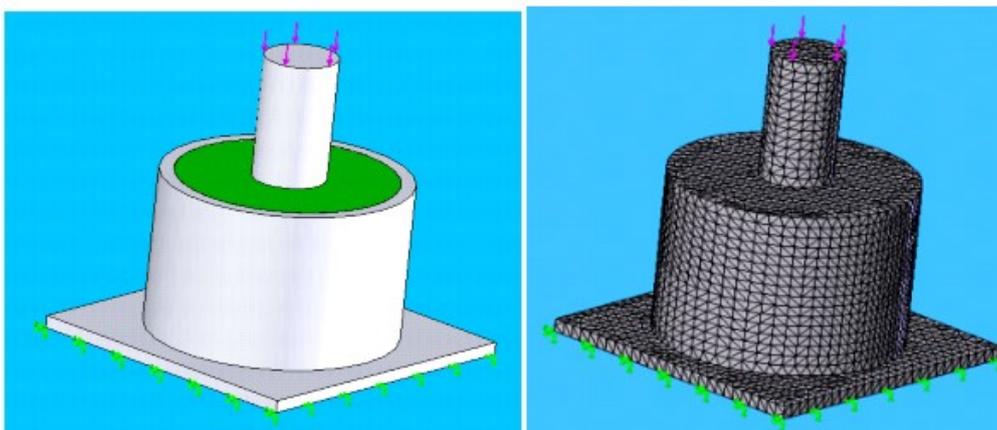


Figura 5 – Modelagem pelo método dos elementos finitos do ensaio de CBR - PUTRI et. al. (2012).

### 3.3 Determinação do coeficiente de reação vertical do solo através do Método F-CBR

O F-CBR é um método para a determinação do coeficiente de reação vertical do solo (k) baseado no ensaio de CBR (California Bearing Ratio) criado pelo Eng. Fábio Albino de Souza, que leva em consideração a condição de umidade de campo ou ótima do solo bem como na condição saturada. O método possui suas particularidades sendo basicamente válido para argilas e alguns siltes até o presente momento, têm como vantagem ser um método de aplicação direta que fornece dados mais próximos dos ensaios de placa além de ser mais simples e econômico. Importante ressaltar que o F-CBR pode ser aplicado para solos deformados e indeformados, sendo a primeira opção necessária utilização de compactação através do ensaio de Proctor de acordo com a ABNT NBR 7182/1986 e a segunda opção utilizando a cravação diretamente no campo. A primeira etapa para a utilização do método F-CBR passa pelo ensaio e cálculo do CBR, no entanto o método recomenda o cálculo para a penetração de 2.54mm e 5.08 mm, ou seja, todas as duas penetrações são consideradas. Após o cálculo do CBR pode-se calcular o coeficiente de reação vertical do solo fictício (kf) considerando o êmbolo de aproximadamente 5 cm de diâmetro utilizado no ensaio que pode ser observado na equação 3 abaixo.

$$kf_{1..e..2} = \frac{F}{\frac{A}{P}} \quad (\text{Equação 3})$$

Onde :

$kf_{1 e 2}$  = Coeficiente de reação vertical do solo fictício em  $\text{kgf/cm}^3$  para a penetração 1 ( 2.54 mm ) e 2 (5.08 mm).

F = Força Aplicada no Êmbolo em  $\text{kgf}$

A = Área do êmbolo em  $\text{cm}^2$

P = Penetração em cm

Após o cálculo do  $kf_{1 e 2}$  torna-se necessário fazer o ajuste para os valores de placa ou para os valores da fundação real. Assim o método F-CBR usa uma recomendação de SOWERS (1977) citado na ACI 336 R -88 que faz a conversão para os valores reais da fundação e a equação 4 mostra a sugestão.

$$kr_{1..e..2} = kf_{1..e..2} * \left( \frac{B_p}{B_m} \right)^n \quad (\text{Equação 4})$$

Onde :

$kr_{1 e 2}$  = Coeficiente de reação vertical do solo real em  $\text{kgf/cm}^3$  para a penetração 1 ( 2.54 mm ) e 2 (5.08 mm).

$kf_{1 e 2}$  = Coeficiente de reação vertical do solo fictício em  $\text{kgf/cm}^3$  para a penetração 1 ( 2.54 mm ) e 2 (5.08 mm).

$B_p$  = Largura do êmbolo de CBR em cm

$B_m$  = Largura da fundação real em cm

n = Expoente usado para correlação entre as placas ou largura da fundação que por sugestão do autor varia de 0.5 e 0.7.

Outro ponto interessante para se comentar sobre o valor de n, refere-se ao bulbo de pressões abaixo da fundação onde valores menores de n são recomendados se o bulbo não superar quatro vezes a largura da fundação real. No entanto torna-se interessante manter uma nuvem de dados dos valores de coeficiente de reação vertical do solo (k) devido as incertezas e correlações admitidas, assim o método F-CBR não afirma um número como o valor absoluto e sim vários valores que o projetista pode trabalhar para calibrar o seu modelo. Como observado na bibliografia TM 5-809-1:1987 a importância das condições de umidade do solo são imprescindíveis para a determinação do coeficiente de reação vertical do solo (k), assim o método F-CBR usa uma adaptação do critério chamado RIS – Relação entre Índices de Suporte para caracterizar a redução do valor de suporte dos solos, pela imersão em água. O critério da RIS foi proposto por VILLIBOR e NOGAMI (1982) como critério para avaliar solos para bases de pavimentos e vale lembrar que os autores levaram em conta o modelo de Mini-CBR para o cálculo, por se tratar da utilização de equipamentos de dimensões reduzidas. Outro ponto interessante que merece comentários refere-se que o RIS originalmente surgiu para amostras compactadas utilizando Proctor Normal (PN), Proctor Intermediário (PI) e Proctor Modificado (PM) por essa razão calcula-se o valor de Mini-CBR na umidade ótima. Assim o método F-CBR faz uma adaptação do RIS criando o  $RIS_{\text{adaptado}}$  que pode ser observado na equação 5.

$$RIS_{\text{adaptado}} = \frac{CBR_{\text{IMERSO}}}{CBR_{\text{UMIDADE...ÓTIMA...OU...NATURAL}}} * 100 \quad (\text{Equação 5})$$

Onde :

$CBR_{\text{Imerso}}$  = Valor de CBR para condição imerso – 96 horas (%)

CBR Umidade Ótima ou Natural = Valor de CBR para condição de umidade ótima em amostras deformadas ou umidade natural para amostras indeformadas (%)

RIS<sub>Adaptado</sub> = Relação entre Índices de Suporte de CBR Adaptado

O Método F-CBR aceita RIS<sub>adaptado</sub> com valores menores que 50%. Se o RIS<sub>adaptado</sub> for maior que 50% deve-se observar atentamente o solo com cuidado pois o mesmo não perde tanta capacidade de suporte em condições imersas.

### 3.4 Estudo de caso utilizando o Método F-CBR

A figura 6 representa um ensaio de CBR feito em condições saturadas (96h) de uma argila silto arenosa, onde o valor encontrado foi de 7,9% para a condição de penetração de 5,08 mm e solo indeformado, ou seja o cilindro de CBR foi cravado no solo. Embora o CBR tenha sido encontrado na penetração de 0,2” torna-se importante avaliar os valores calculados para 0,1” uma vez que o método F-CBR busca uma envoltória de dados e não um valor absoluto, pois sabe-se que ajustes podem surgir devidos a incertezas em projetos.

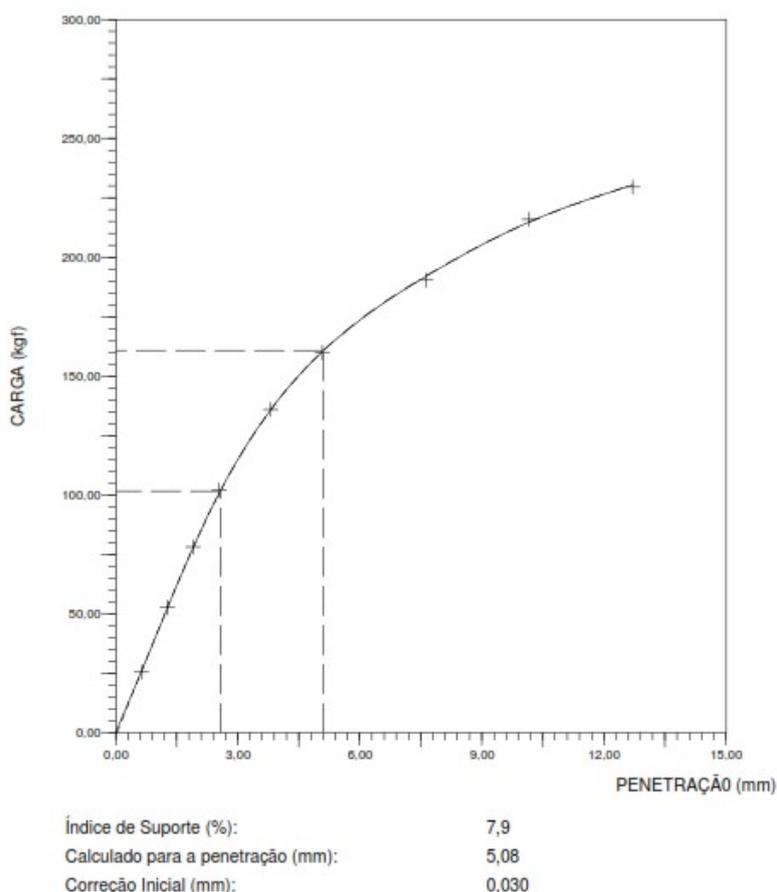


Figura 6 – Ensaio de CBR condição saturada - Autor, 2019.

A tabela 2 mostra os valores encontrados pelo método F-CBR bem como valores propostos por PUTRI et. al.,(2012) com CBR de 7,9%. Extrapolando os dados para a ACI 360R-10:2010 na qual tiveram como base uma placa de 760 mm de diâmetro, utilizando a ACI 336 R -88 que faz a conversão para os valores reais da fundação como citado na equação 4 obtém-se os valores da tabela 3. Também foi inserido na tabela 3 a equação proposta por ARCARO (2008).

Tabela 2 – Valores do coeficiente de reação vertical do solo (k) de acordo com o Método F-CBR x PUTRI et. al. (2012) – Autor, 2019

Método	Coeficiente de Reação Vertical do Solo (kgf/cm <sup>3</sup> )	
F-CBR – 0,1”	20,64	Nenhuma Observação
Equação PUTRI et. al (2012)	20,67	Coeficiente de Poisson do solo = 0,40
F-CBR – 0,2”	16,17	Nenhuma Observação
Equação PUTRI et. al (2012)	18,43	Coeficiente de Poisson do solo = 0,50

Tabela 3 – Valores do coeficiente de reação vertical do solo (k) de acordo com o método F-CBR x ACI 360R-10:2010 X ARCARO (2008) – Autor, 2019

Método	Coeficiente de Reação Vertical do Solo (kgf/cm <sup>3</sup> )	
F-CBR – 0,1”	3,07 à 5,29	Utilizou-se os valores de n entre 0,50 e 0,70 na equação 4.
F-CBR – 0,2”	2,41 à 4,15	Utilizou-se os valores de n entre 0,50 e 0,70 na equação 4.
ARCARO (2008)	4,77	Utilizou-se a equação 13.
ACI 360 R-10 (2010)	4,92	Foi encontrado 178 lbs/in <sup>3</sup> no gráfico da figura 4, transformado em kgf/cm <sup>3</sup>

## 5 Conclusão

O primeiro ponto na qual merece atenção refere-se à condição da amostra estudada, que nesse estudo de caso foi indeformada, ou seja, o cilindro de CBR foi cravado no solo a fim de preservar ao máximo as características da amostra. Outro ponto a se ressaltar tem relação com a umidade do solo, ou seja, solos mais finos em condições saturadas sofrem uma queda considerável nos valores do coeficiente de reação vertical do solo na qual merece uma atenção especial na questão de projeto, questão adotada nesse estudo de caso uma vez que a amostra ficou 96h imersa. Levando em conta a equação de PUTRI et. al (2012) para o cálculo do coeficiente de reação vertical do solo e o método F-CBR houve uma grande congruência quando o CBR foi de 0,1” e o coeficiente de Poisson do solo de 0,40 (valor de referência na literatura para o solo estudado). No entanto procurou-se variar o coeficiente de Poisson do solo estudado já que na literatura essa propriedade apresenta uma faixa de valores, sendo assim com o valor do coeficiente de Poisson de 0,50 os valores se aproximaram mais quando o CBR foi de 0,2”. Porém a diferença de resultados não ultrapassou 14%, ou seja, valor considerado muito bom para comparação entre os métodos, lembrando que o pistão usado nos ensaios tinha 19,45 cm<sup>2</sup>. Quando os valores do F-CBR foram extrapolados e comparados para os métodos propostos por ARCARO (2008) e ACI 360 R-10 (2010) houve uma diferença de 11% e 7%, respectivamente levando em conta o valor máximo de F-CBR na condição de 0,1”. Na condição de 0,2” a diferença não passou de 18%. Como o F-CBR encontra uma nuvem de valores torna-se relevante mencionar que os valores mínimos foram desprezados, pois não apresentavam uma tendência. Conclui-se que o método

F-CBR mostrou-se como uma ferramenta de fácil utilização e de baixo custo para fins geotécnicos levando em conta os ensaios de placa, uma vez que a diferença de custo entre um ensaio de CBR e um ensaio de placa é enorme. Além disso, mostrou-se que os resultados apresentados pelo método foram congruentes a outros métodos propostos e até mesmo com normativas consagradas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas (1987) NBR 9895 ."*Solo – Índice de Suporte Califórnia – Método de Ensaio*", Rio de Janeiro.
- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas (1986) NBR 7182 "*Solo – Ensaio de Compactação*", Rio de Janeiro.
- ACI – American Concrete Institute (2010) ACI 360 R-10 "*Guide to Design of Slabs-on-Ground*", Farmington Hills, USA,.
- ACI – American Concrete Institute (1988) ACI 336 -2R-88 "*Suggested Analysis and Design Procedures for Combined Footings and Mats*", Farmington Hills, USA.
- Arcaro, V. F., (2008) Notas de aula – Introdução aos Elementos Finitos, Pós-Graduação, Faculdade de Engenharia Civil Arquitetura e Urbanismo, Campinas.
- ASTM -American Society for Testing and Materials (1998) ASTM D 2487 "*Standard Practice for Classification of Soils for Engineering Purposes (Unified Soil Classification System)*" , West Conshohocken, PA, USA
- Dinev D., (2012) Analytical Solution of Beam on Elastic Foundation By Singularity Functions, *Engineering Mechanics*, Vol. 19, N.06, p.381-392.
- Filonenko-Borodich, M. M., (1940) "Some approximate theories of the elastic foundation" (in Russian), *Uchenye Zapiski Moslcovskogo Gosudarstvennogo Universiteta Mekhanica*. No. 46, pp. 3-18.
- Geo Publication (2006) – *Foundation Design and Construction*, Geotechnical Engineering Office, Civil Engineering and Development Department, The Government of the Hong Kong, Special Administration Region, First Published, Hong Kong.
- Hetényi, M., (1946) *Beams on Elastic Foundations*, The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan.
- Janbaz, M., Ziaie-moayed, R.. (2009) Effective Parameters on Modulus of Subgrade Reaction in Clayey Soils, *Journal of Applied Sciences* 9(22): 4006-4012, Asian Network for Scientific Information.
- Jones, R., Xenophontos, J., (1977) The Vlasov Foundation Model, *International Journal of Mechanical Science*, vol. 19, No. 6, p. 317–323.
- Mil-Std-621A, (1964) "Subgrade, Subbase, and Test Method for Pavement Base Course Materials", Washington D.C.
- Pasternak, P. L., (1954) "On a new method of analysis of an elastic foundation by means of two foundation constants" (in Russian), *Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literamri po Stroitelstvu i Arkhitekture*. Moscow, Russia.

- Putri, E.E.; Kameswara, N.S.V.; Mannan, M.A., (2012) “Evaluation of Modulus of Elasticity and Modulus of Subgrade Reaction of Soils Using CBR Test”, *Journal of Civil Engineering Research*, 2 (1), 34-40.
- Reissner E. (1958) Deflection of plates on viscoelastic foundation, *J. of Appl. Mech.*, vol. 25 (144–145).
- Sowers, G. F., (1977) “Foundation Modulus for a Mat on Sand,” Preprint No. 29371, *American Society of Civil Engineers*, New York.
- Teodoru Iancu-Bogdan, (2009) Beams on elastic foundation - the simplified continuum approach , buletinul institutului politehnic din iasi publicat de universitatea tehnica „gheorghe asachi” din iasi ,tomul lv (lix), fasc. 4, sectia constructii. Arhitectura.
- Teodoru I. B., Musat V.,(2010) The Modified Vlasov Foundation Model: An Attractive Approach for Beams Resting on Elastic Supports, *EJGE*, Vol. 15, Bund. C.
- TM 5-809-1,(1987) “Concrete Floor Slabs on Grade Subjected to Heavy Loads”, Technical Manual, Headquarters, Departments of the Army and the Air Force, Washington D.C.
- Vallabhan, C. V. G., DAS, Y. C., (1988) A Parametric Study of Beams on Elastic Foundations, *Journal of Engineering Mechanics Division*, vol. 114, No. 12, p. 2072-2082.
- Vallabhan, C. V. G., Das, Y. C., (1991) Modified Vlasov Model for Beams on Elastic Foundations, *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 117, No. 6, p. 956–966.
- Velloso, D.A., Lopes, F.R., (2011) Fundações , Volume 1: Critérios de Projeto, Investigação do Subsolo, Fundações Superficiais, 2º Edição com normas atualizadas, Oficina de Textos.
- Villibor, D.F.; Nogami, J.S. (1982) “Novo critério para escolha de solos arenosos finos para bases de pavimentos”. In: Reunião Anual de Pavimentação, 17, Brasília/DF. Anais...Brasília: ABPv, p.VII105-VII127.
- Vlasov V.Z., Leontiev U.N. (1966) Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations, Israel Program for Scientific Translations, Jarusalem.